

تحلیل استاتیکی و شبیه سازی عددی المان محدود گیربکس سیاره ای ساده دو مرحله ای

لیلا امامی^۱

^۱ کارشناس فنی و مهندسی شرکت همگام صنعت ایستا اهواز

emami@hamgamsanat.ir

چکیده

یکی از مهم ترین خرابی های اکثر ماشین ها مربوط به جعبه دنده آن می باشد که به طور مداوم در حال کار کردن است؛ بنابراین بررسی طول و عمر و عملکرد بهینه جعبه دنده ها امری مهم محسوب می شود. یکی از جعبه دنده های پر کاربرد، جعبه دنده سیاره ای می باشد. در این مطالعه از روش المان محدود از طریق نرم افزار آباکوس در مدل سازی و حل تحلیلی یک چرخ دنده سیاره ای دو مرحله ای استفاده شد. با استفاده از ۱۰-۱۵، مدل دنده برای تعیین تنش ها، کرنش ها و تغییر شکل کل مشابه شبیه سازی شد.

یافته ها نشان داد که هرچه فاکتور ایمنی طراحی بالاتر باشد، تغییر شکل های تنش - کرنش کمتر است که نشان دهنده طول عمر و عملکرد بهینه سیستم دنده است. مشاهده شد که افزایش نیروهای تماسی بین دندانه های چرخ دنده مشبک ممکن است باعث تغییر شکل های الاستیک بزرگ تر، افزایش تغییر شکل خمشی دندانه و همچنین واکنش بزرگ تر روی دندانه های چرخ دنده شود، در حالی که تغییر مداوم سفتی مش دنده با زمان می تواند منجر به ارتعاش و نویز بیش از حد شود.

واژه های کلیدی

جعبه دنده سیاره ای، شبیه سازی عددی، المان محدود

مقدمه

چرخ دنده های سیاره ای، با وجود ظرفیت ها و درجه بندی های مختلف، یکی از پرکاربردترین اجزای مکانیکی هستند که متشکل از چندین قطعه هستند.

کاربردهای صنعتی جعبه دنده سیاره ای به دلیل راندمان بالاتر، گشتاور بالا، نسبت دنده های امکان پذیر بالاتر، فشردگی، وزن سبک و ظرفیت باربری بالا، نقش حیاتی در چندین کاربرد مکانیکی مانند پیچ گوشتی های برقی، گیربکس اتوماتیک در وسایل نقلیه و توربین بادی ایفا می کند.

جان و همکاران [۲] یک مدل دینامیکی برای جعبه دنده توربین بادی ایجاد کرده و تأثیر انعطاف پذیری سازه ای را بر روی رفتار سیستم تحلیل و بررسی کردند. کومار و همکاران [۳] یک مدل-سازی کوپل الکترومکانیکی یکپارچه از یک جعبه دنده تک

مرحله ای با در نظر گرفتن ترک در پای دندانه را با رویکرد لاگرانژ انجام و تأثیر ترک بر رفتار دینامیکی سیستم را در این پژوهش مورد بررسی قرار دادند. لو و همکاران [۴] پژوهشی در مورد رفتار دینامیکی کوپل جعبه دنده های چند مرحله ای و موتور الکتریکی انجام دادند. در این روش از مدل استاتیکی برای استخراج پارامترهای مدل دینامیکی استفاده شده و مشخص شد که درجه آزادی سیستم را می توان با رفتار دینامیکی سیستم گیربکس کوپل شده مطالعه نمود. حسینی اصل و فشارکی [۵] یک روش بهینه سازی قدرتمند برای طراحی ابعادی حداقل جعبه دنده پیشنهاد دادند. کیم و همکاران [۶] مدل دینامیکی یک مجموعه چرخ دنده سیاره ای را با زاویه فشار و نسبت تماس به عنوان متغیرهای زمانی پیشنهاد دادند.

خسروی [۷] به بررسی پارامترها و متغیرهای مختلف فرایند طراحی پارامتری چرخ دنده های ساده برای مدل سازی پرداخت. هوانگ و همکاران [۸] دینامیک چرخ دنده سیاره ای تک مرحله ای را با کمک روش المان محدود تحقیق کردند. کیم و همکاران [۹] دینامیک غیر خطی چرخ دنده سیاره ای را با در نظر گرفتن زاویه های فشار و ضرایب تماس متغیر با زمان بررسی کردند. ثقفی و همکاران [۱۰] یک سیستم کنترل فعال ارتعاشات چرخ دنده - یاتاقان را پیشنهاد دادند و سعی در به حداقل رساندن اثرات نامطلوب اغتشاشات و پارامترهای طراحی ناخواسته بر ارتعاشات سیستم داشتند. سان و همکاران [۱۱] ارتعاشات سیستم سیاره ای چند مرحله ای را پژوهش کردند. شاکری و همکاران [۱۲] بررسی دینامیک غیر خطی و بهینه سازی عملکرد سیستم سیاره ای تک مرحله ای را انجام دادند. ثقفی و فرشیدیان فر [۱۳] به بررسی کنترل و حذف رفتار آشوبی از طریق آنالیز تحلیلی ملنیکوف پرداختند. لی و همکاران [۱۴] با مدل سازی غیر خطی سیستم سیاره ای، تأثیر ترک و شکاف های موجود در حمل کننده سیاره را بر روی رفتار دینامیکی چرخ دنده سیاره ای تحقیق و پژوهش کردند. بیائوی و همکاران [۱۵] رفتار دینامیکی سیستم چرخ دنده موجود در یک توربین بادی را بررسی کردند. ژیانگ و همکاران [۱۶] دینامیک غیر خطی یک جفت چرخ دنده ساده را با در نظر گرفتن متغیر بودن سختی بین چرخ دنده ها با زمان پژوهش کردند.

مواد و روش‌ها

اصل عملکرد چرخ‌دنده سیاره‌ای به‌گونه‌ای است که چرخ‌دنده‌های سیاره و خورشیدی با هم هماهنگ می‌شوند تا اجازه دهند دایره‌های پیچش آن‌ها بدون لغزش بچرخند. در طی این فرایند، یک تعامل بین سیاره‌ها، حلقه دنده (که به چارچوب اینرسی متحرک متصل شده) و دنده خورشیدی (که به چارچوب مرجع محدود شده ولی اجازه چرخش دارد) وجود دارد. فولاد سازه‌ای (فولاد کربنی S45C که حاوی حدود ۰/۴۵ درصد کربن است) به دلیل نسبت مقاومت بالا به وزن و انعطاف‌پذیری، به عنوان مواد چرخ‌دنده انتخاب شده که در جدول ۱ آورده شده است.

جدول ۱: خواص ماده چرخ‌دنده سیاره‌ای

مقدار	خواص
۷۸۵۰	چگالی (kg/m ³)
۲×۱۰ ^{۱۱}	مدول یانگ (Pa)
۰/۳	ضریب پواسون
۴۶×۱۰ ^۷	استحکام کششی (Pa)
۲۵×۱۰ ^۷	استحکام فشاری (Pa)

بدون توجه به تلفات روی شفت سرعت و گشتاور خروجی مرحله اول با سرعت ورودی و گشتاور مرحله دوم برابر در نظر گرفته شده است. نیروهای مدنظر در تجزیه و تحلیل به شرح زیر می‌باشد:

- یک گشتاور چرخشی ثابت ۱۳۵ نیوتن - متر
- یک سرعت زاویه‌ای ثابت ۱۲۰ دور بر دقیقه به شافت ورودی اعمال شد.

نسبت دنده چرخ‌دنده سیاره‌ای مطابق رابطه زیر می‌باشد:

$$\frac{n_{Hss}}{n_{Lss}} = 1 + \frac{D_{Ring}}{D_{Sun}} \quad (1)$$

که n_{Hss} سرعت چرخشی شفت خروجی، n_{Lss} سرعت شفت ورودی، D_{Ring} قطر گام رینگ یا تعداد دندانه‌های آن و D_{Sun} قطر گام چرخ‌دنده خورشیدی می‌باشد.

نرخ سرعت چرخ‌دنده سیاره‌ای به صورت رابطه زیر بیان می‌شود.

$$mv = \frac{\omega_{out}}{\omega_{in}} = \pm \frac{r_{in}}{r_{out}} \quad (2)$$

در رابطه فوق ω_{out} و r_{out} به ترتیب سرعت و شعاع چرخ‌دنده خروجی و ω_{in} و r_{in} به ترتیب سرعت و شعاع چرخ‌دنده ورودی می‌باشد.

نسبت گشتاور نیز به صورت رابطه زیر تعریف می‌شود:

$$ma = \frac{1}{mv} = \frac{\omega_{in}}{\omega_{out}} = \pm \frac{r_{out}}{r_{in}} \quad (3)$$

بر اساس سرعت و توان، نیروی مماسی وارد بر چرخ‌دنده را می‌توان به صورت زیر محاسبه نمود:

$$F_t = \frac{P}{V_{pitch}} \quad (4)$$

تنش خمشی وارد بر دندانه چرخ‌دنده با عرض b و ارتفاع h را می‌توان به صورت معادله زیر بیان کرد.

$$\sigma_b = \frac{6M}{bh^2} \quad (5)$$

در معادله فوق M ممان بر اساس نیروی F_b در طول L می‌باشد.

$$\sigma_b = \frac{F_b 6L}{b h^2} \quad (6)$$

با استفاده از رابطه لویس می‌توان تنش خمشی وارده بر دندانه چرخ‌دنده را تخمین زد. در این مورد، رابطه لویس دندانه چرخ‌دنده را مانند یک تیر ساده یک سر گیردار مدل می‌کند.

$$\sigma_b = \frac{W_t P d}{F Y} = \frac{W_t \pi}{m F Y} \quad (7)$$

که W_t نیروی مماسی، Pd گام قطری، F عرض، Y ضریب فاکتور لویس و m مدول است.

ثابت فنر مؤثر k_g به صورت رابطه زیر بیان می‌شود.

$$k_g = \frac{b E_1 E_2}{9 E_1 + E_2} \quad (8)$$

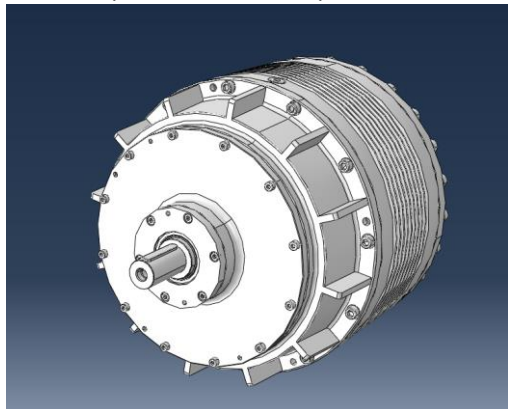
که E_1 و E_2 مدول الاستیسیته چرخ‌دنده‌ها می‌باشند.

معادله حرکت چرخ‌دنده سیاره‌ای به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\left(2 + \frac{N_{sun}}{N_{planet}}\right)\omega_{annulus} + \frac{N_{sun}}{N_{planet}}\omega_{sun} - 2\left(1 + \frac{N_{sun}}{N_{planet}}\right)\omega_{annulus} = 0 \quad (9)$$

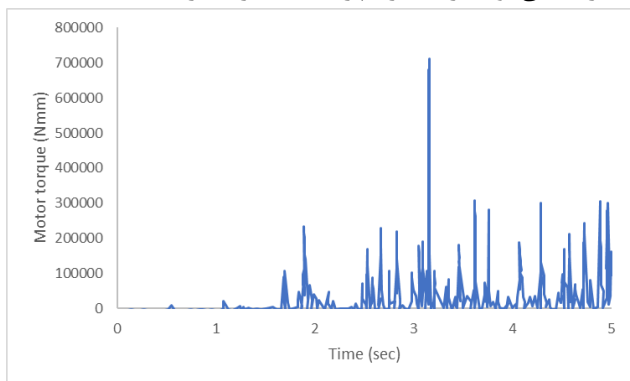
که ω_{sun} ، $\omega_{annulus}$ و ω_{planet} به ترتیب سرعت‌های زاویه‌ای چرخ‌دنده سیاره‌ای هستند. با تبدیل سرعت زاویه‌ای به دور بر دقیقه (RPM):

$$\left(2 + \frac{N_{sun}}{N_{planet}}\right)RPM_{annulus} + \frac{N_{sun}}{N_{planet}}RPM_{sun} - 2\left(1 + \frac{N_{sun}}{N_{planet}}\right)RPM_{annulus} = 0 \quad (10)$$

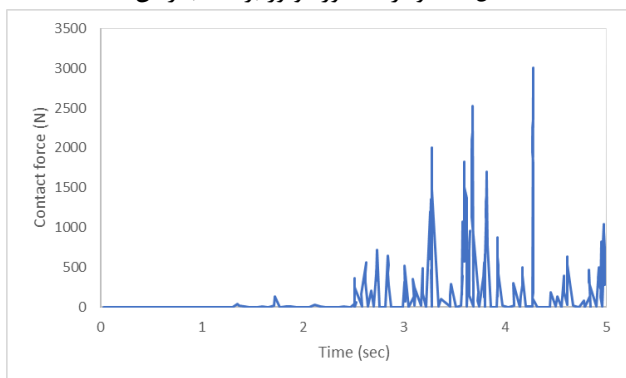


شکل ۱: مدل سه‌بعدی جعبه‌دنده در نرم‌افزار آباکوس

نتیجه گرفت که سرعت زاویه ای در صورت کارکرد با سرعت های بسیار بالا می تواند بر عملکرد چرخنده تاثیر بگذارد..



شکل ۵: نمودار گشتاور موتور بر حسب زمان



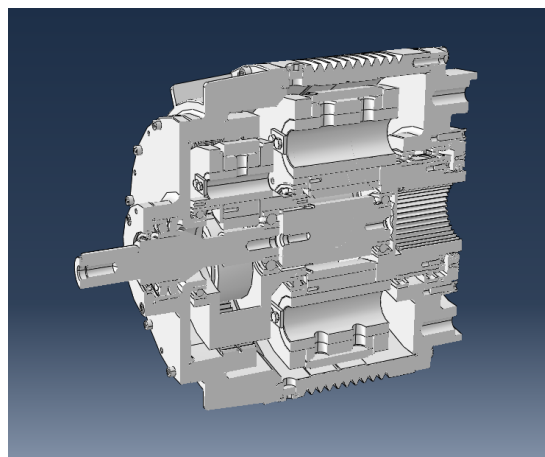
شکل ۶: نمودار نیروی تماسی بین چرخنده خورشیدی و سیاره ای بر حسب زمان

شکل ۴ نمودار گشتاور ورودی اعمال شده از جانب موتور را نشان می دهد. به طور کلی، گشتاور نیروی محرکه ای است که توسط شفت خروجی چرخ دنده سیاره ای یا نیروی اعمال شده توسط شفت خروجی در طول چرخش تولید می شود و بسته به نسبت دنده افزایش می یابد.

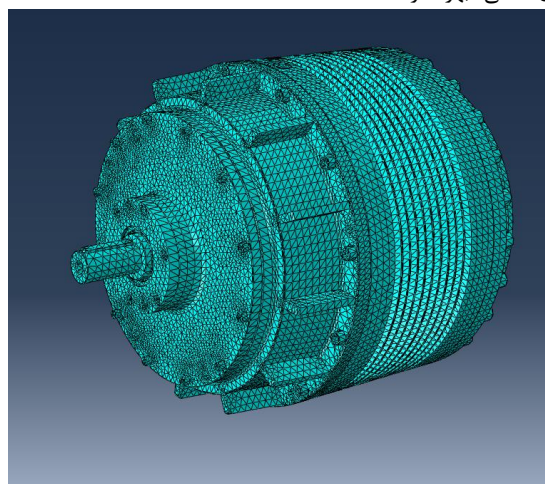
همان طور که در شکل ۴ مشاهده می شود با افزایش زمان، میزان گشتاور اعمال شده با توجه به افزایش سرعت، افزایش می یابد. از نظر عملی، بین گشتاور موتور و سرعت خروجی جعبه دنده رابطه وجود دارد، زیرا افزایش سرعت خروجی می تواند تکانه بیشتری بر روی محور چرخان اعمال کند.

همان طور که در شکل ۶ نشان داده شده است، نیروی تماس بین دندانه های چرخنده در هر لحظه از چرخش چرخنده تغییر می کند. بررسی انجام شده توسط دو و همکاران [۱۷] نشان داد که با افزایش نیروی تماس به حدود ۲۰۰ نیوتن تا ۴۰۰ نیوتن، منجر به انحنای الاستیک بزرگتر، افزایش انحنای دندانه و افزایش فاصله بین دندانه های چرخنده ها می شود.

به طوری که بررسی نشان داد که انحنای الاستیک بر روی نسبت انتقال دنده و دقت انتقال تأثیر می گذارد، نوسانات نیروی تماس که همچنین مشاهده شد، ناشی از تغییر تعداد دندانه های تعاملی در حین تماس با یکدیگر هستند که نشان دهنده آن است که نیروی تماس بیشتر نیز سبب نوسان بیشتر می شود. نیروی تماس ۱۰۰ نیوتن به عنوان تأثیر



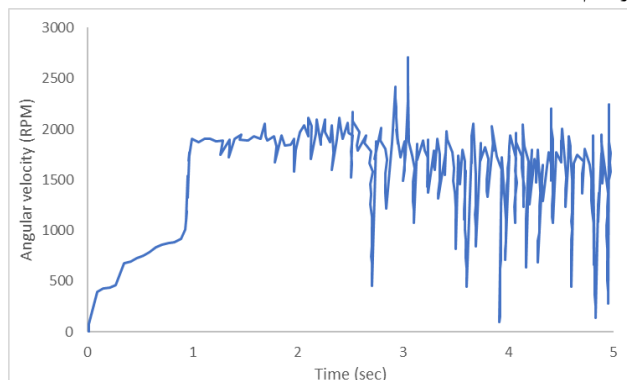
شکل ۲: نمای برش خورده جعبه دنده در نرم افزار آباکوس
شکل ۳ مش بندی جعبه دنده را نشان می دهد که از المان C3D4 (چهار گره ای مثلثی) بهره گرفته شده است.



شکل ۳: مش بندی جعبه دنده در نرم افزار آباکوس

نتایج

به منظور بررسی جعبه دنده سیاره ای دومرحله ای، نیرو و گشتاور وارده و همچنین تنش وارده بر جعبه دنده مورد بررسی قرار گرفت. در شکل ۴ سرعت زاویه ای در شفت ورودی مرحله دوم بر حسب زمان ترسیم شد.



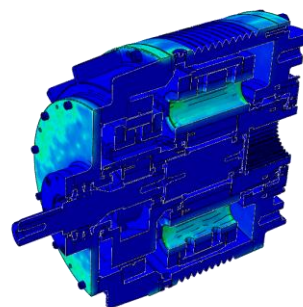
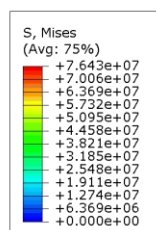
شکل ۴: نمودار سرعت زاویه ای بر حسب زمان

نمودار شکل ۴ نشان می دهد که در سرعت چرخش پایین و توالی زمانی کم، افزایش سرعت زاویه ای از ۰-۲۰۰۰ دور بر دقیقه در توالی زمانی ۰-۱ ثانیه مشاهده شد. با افزایش زمان تجزیه و تحلیل، تغییرات سرعت زاویه ای به صورت سینوسی می شود. بنابراین می توان

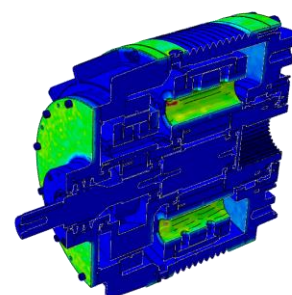
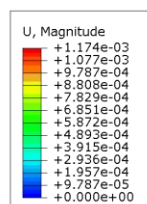
electromechanical model of single-stage spur gear with tooth root cracks". *Engineering Failure Analysis*, 129, pp. 105662.

- [4] Lu, W., Zhang, Y., Cheng, H., Zhou, Y., Lv, H., 2020. "Research on dynamic behavior of multistage gears-bearings and box coupling system". *Measurement*, 150(3), pp. 107096.
- [5] Hosseiniasl, M., Jafari Fesharaki, J., 2018. "A Heuristic Approach for Optimization of Gearbox Dimension". *Journal of Modern Processes in Manufacturing and Production*, 7(2), pp. 17-39.
- [6] Kim, W., Lee, J. Y., Chung, J., 2012. "Dynamic analysis for a planetary gear with time-varying pressure angles and contact ratios". *Journal of Sound and Vibration*, 331(4), pp. 883-901.
- [7] Khosravi, A., 2008. "Parametric design and manufacturing of precision forging dies of idler gear of peugeot 405 using cad/cam". *Modares Mechanical Engineering*, 8(1), pp. 115-127.
- [8] Huang, K. J., Zhang, S. R., Tseng, J. T., 2009. "Dynamic analysis of single-stage planetary gearings by the FE approach". *Chung Hua Journal of Science and Engineering*, 7(2), pp. 27-33.
- [9] Kim, W., Lee, J. Y., Chung, J., 2012. "Dynamic analysis for a planetary gear with time-varying pressure angles and contact ratios". *Journal of Sound and Vibration*, 331(4), pp. 883-901.
- [10] Farshidianfar, A., Saghafi, A., Akbari, A. A., 2014. "Vibration control of gear-bearing dynamic system". *Modares Mechanical Engineering*, 14(6), pp. 135-143.
- [11] Sun, W., Ding, X., Wei, J., Hu, X., Wang, Q., 2014. "An analyzing method of coupled modes in multi-stage planetary gear system". *International Journal of Precision Engineering and Manufacturing*, 15, pp. 2357-2366.
- [12] Shakeri Aski, F., Mirparizi, M., Sheykh Samani, F., Hajabasi, M.A., 2014. Vibration behavior optimization of planetary gear sets". *Propulsion and Power Research*, 3(4), pp.196-206.
- [13] Saghafi, A., Farshidianfar, A., 2015. "Bifurcation and chaos control in a gear transmission system". *Modares Mechanical Engineering*, 14(14).
- [14] Fan, L., Wang, S., Wang, X., Han, F. Lyu, H., 2016. "Nonlinear dynamic modeling of a helicopter planetary gear train for carrier plate crack fault diagnosis". *Chinese Journal of Aeronautics*, 29(3), pp.675-687.
- [15] Beyaoui, M., Tounsi, M., Abboudi, K., Feki, N., Walha, L., & Haddar, M. 2016. "Dynamic behaviour of a wind turbine gear system with uncertainties". *Comptes Rendus Mecanique*, 344(6), pp. 375-387.
- [16] Xiang, L., Jia, Y., & Hu, A., 2016. "Bifurcation and chaos analysis for multi-freedom gear-bearing system with time-varying stiffness". *Applied Mathematical Modelling*, 40(23-24), pp. 10506-10520.
- [17] Do, T. P., Ziegler, P., Eberhard, P. 2017. "Simulation of contact forces and contact characteristics during meshing of elastic beveloid gears". *Computer assisted methods in engineering and science*, 21(2), pp. 91-111.

کم مدنظر بود در حالی که مشاهده شد که نیروی تماس ۲۰ نیوتن تأثیر بسیار کمی بر روی دندانه چرخ‌دنده دارد.



شکل ۷: کانتور تنش وان میسز وارد بر جعبه‌دنده



شکل ۸: کانتور جابجایی جعبه‌دنده

نتیجه‌گیری و جمع‌بندی

در این مطالعه، یک سیستم جعبه‌دنده سیاره‌ای دومرحله‌ای مدل‌سازی و تجزیه و تحلیل شده است تا عملکرد در حال کار آن را تعیین کند. تجزیه و تحلیل شامل حالت‌های خرابی مانند تنش معادل، کرنش و تغییر کلی نشان داد که انتخاب یک ضریب ایمنی بالا، به عنوان مثال ۱۰ یا بیشتر، می‌تواند به طور قابل توجهی اثرات خرابی فوق‌الذکر را کاهش دهد و کارایی عملیاتی و عمر خدماتی را بهینه‌سازی کند، اما با هزینه تولید. همچنین مشخص شد که نیروهای تماس بیشتر در طول دندانه‌های چرخ‌دنده می‌توانند تنش‌ها و انحنای را ایجاد کنند که در نهایت منجر به خرابی دندانه و یا کاهش نسبت انتقال/گشتاور گردد. علاوه بر این، سختی چرخ‌دنده‌های سیاره‌ای باید در سطح پایینی با استفاده از روغن کاری مناسب حفظ شود تا نیروهای تماس را کاهش داده و اجازه دهد چرخ‌دنده‌ها به راحتی با یکدیگر در تماس باشند.

مراجع و منابع

- [1] Author, A., Author, B., and Author, C., 1994. "Article Title". *Journal Name*, 1(5), May, pp. 1-3.
- [2] Jan, H., Heirman, G., Vandepitte, D., Desmet, W., 2008. "The influence of flexibility within multibody modeling of multi-megawatt wind turbine gearboxes", *Proceeding of the ICNV*, 4, pp. 2045-2072.
- [3] Kumar, V., Rai, A., Mukherjee, S., & Sarangi, S., 2021. "A Lagrangian approach for the

